

Rémi Brissiaud

PREMIERS PAS VERS LES MATHS

Les chemins de la réussite



Rémi Brissiaud

PREMIERS PAS VERS LES MATHS

Les chemins de la réussite

Édition annotée et commentée
par Claire Lommé



Sommaire

Avant-propos de Claire Lommé	4
------------------------------	---

Introduction : Pourquoi ce livre ?	6
------------------------------------	---

CHAPITRE 1 Deux façons de « parler » les nombres : le comptage et les décompositions	10
– Les enfants en petite section comprennent mal le comptage	11
– Deux significations très différentes des « mots-nombres » : numéros et noms de nombres	12
– Une autre façon de « parler les nombres » : les décompositions	18
– Deux façons différentes de représenter les nombres : les collections-témoins et les signes linguistiques	20
– Les configurations de doigts ne sont pas des collections-témoins comme les autres	24

CHAPITRE 2 Dénombrer en construisant une collection- témoin : pourquoi et comment ?	28
– Trois conditions pour dénombrer : créer mentalement les unités, les énumérer et les totaliser	28
– Mieux que le comptage, les collections-témoins permettent la création mentale d'unités et leur totalisation	30
– L'énumération se fait presque à l'identique dans le cas des collections-témoins et dans celui du comptage	34
– L'enseignement précoce du comptage crée un « effet Canada Dry »	37

CHAPITRE 3 Enseigner le comptage d'objets en PS : un choix pédagogique dangereux	41
– Le <i>subitizing</i> et les décompositions	43
– Les trois premiers nombres ne se « voient » pas	45

– Le <i>subitizing</i> et le comptage	47
– Le <i>subitizing</i> favorise l'accès aux premiers nombres, mais il ne l'assure pas	49
– En France, il est prudent de ne pas enseigner le comptage d'objets en petite section	51
– Une priorité pour la petite section : enseigner le système des trois premiers nombres	53

CHAPITRE 4 La clé de la compréhension des nombres : les décompositions

– Les constellations et les décompositions	57
– Privilégier les problèmes de comparaison pour favoriser les décompositions	62
– Compréhension des nombres, comparaison et décompositions	66
– Des « enfants compteurs » en grave difficulté	69

CHAPITRE 5 Des activités clés en maternelle

– Les dialogues fondamentaux en petite section et en début de moyenne section (les 3 premiers nombres)	72
– Au-delà de 3, en petite section et en début de moyenne section : comparer... mais sans compter	78
– L'enseignement du comptage d'objets en moyenne section	83
– En moyenne et en grande section : comparer à l'aide du comptage	87
– Une idée-guide : favoriser les décompositions	92

Conclusion

Continuité et évolution des outils pédagogiques conçus par Rémi Brissiaud, de Claire Lommé

Références bibliographiques

AVANT-PROPOS

Rémi Brissiaud a durablement marqué l'enseignement des mathématiques. J'ai eu pour ma part l'occasion de le rencontrer et d'échanger avec lui à partir des années 2000.

Je lis très régulièrement *Premiers pas vers les maths* et je suis toujours frappée par son caractère actuel alors que de nouveaux programmes (2015 puis 2020) et le rapport « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques » ont été publiés, et qu'entre-temps Rémi Brissiaud avait, avec DragonBox Ecole, conçu la méthode des Nouns qui lui a permis d'aller encore plus loin dans l'enseignement de la compréhension des nombres grâce à l'usage de réglettes et du numérique.

Aussi, lorsque Retz m'a proposé de contribuer à la réédition de *Premiers pas vers les maths*, de Rémi Brissiaud, je n'ai pas réfléchi bien longtemps avant d'accepter : quelle magnifique occasion de rendre hommage à ce grand monsieur de l'enseignement des mathématiques ! Mais une fois engagée dans l'aventure, il m'a fallu définir une stratégie : comment intégrer à cet ouvrage de référence ce que Brissiaud défendait à la fin de sa vie ?

Voici donc mes choix : les notes que vous pourrez lire au fil du texte proviennent des interventions ou des écrits de Rémi Brissiaud, sans interprétation. Enrichir un écrit de Brissiaud par du Brissiaud, actualiser sans trahir.

Nous avons aussi fait le choix de ne pas rééditer le chapitre qui commentait des programmes aujourd'hui obsolètes, mais au contraire de montrer comment Rémi Brissiaud a su utiliser les évolutions scientifiques et techniques pour sans cesse améliorer sa didactique.

Par ce travail, je me suis appliquée à penser à lui, à la personne qu'il était. Car il fallait le voir en conférence, toujours rempli d'énergie, inlassable combattant de l'échec scolaire, ardent défenseur des

professeurs des écoles. Lorsqu'il clamait son vœu que les professeurs des écoles soient des concepteurs et non des « petites mains du système », lorsqu'il s'enflammait contre la pensée courte, lorsqu'il racontait son expérience de classe, avec de grands gestes et de vrais mots d'enseignant, il illustrait la posture réflexive du chercheur, qui apprend, compulse, réfléchit, se nourrit, teste, régule et échange.

Rémi Brissiaud était mathématicien de formation, maître de Conférences honoraire de psychologie cognitive. Il s'est toujours attaché à aider les enfants, à partager les mathématiques avec eux, en enrichissant ses pratiques, en exploitant les progrès techniques, en s'appuyant sur les travaux de la recherche. Dans cet ouvrage de référence, il s'est employé à nous transmettre ses savoirs, parce que dire les mathématiques, les penser et les comprendre sont indissociables. Et parce que le plaisir des mathématiques se construit pour toutes et tous, dès le plus jeune âge.

Claire Lommé

Professeure de mathématiques

Mars 2022

POURQUOI CE LIVRE ?

Depuis longtemps, les pédagogues s'élèvent contre l'idée qu'il y aurait des enfants doués en mathématiques et d'autres qui ne le seraient pas. Et pourtant cette idée persiste dans l'opinion¹. La raison de ce hiatus nous est révélée par les recherches sur les difficultés durables en mathématiques chez les enfants de 8 à 12 ans dont les procédures de calcul sont très déficientes² : ces enfants ont mal compris ce qu'on leur enseignait quand ils étaient tout petits à l'école maternelle ; ils ont mal compris le comptage des objets... L'explication de leur échec en mathématiques remonte donc si loin dans leur passé scolaire qu'on est tenté de le faire remonter plus loin encore, jusqu'aux gènes...

Mais, au lieu de décréter que ces enfants sont peu doués pour les mathématiques, considérons plutôt qu'ils n'ont pas réussi leur première rencontre avec les nombres. Nous savons en effet que l'enfant

1. Ces représentations, fortes et délétères, persistent toujours aujourd'hui : les femmes sont sous-représentées en mathématiques, en partie par auto-censure (mais pas seulement). Les mathématiques ne sont pas non plus représentées de façon égale selon les catégories socio-professionnelles. L'ouvrage *La bosse des maths*, de Clémence Perronnet (Autrement, 2020) dresse un état des lieux actuel et complet. (R. Brissiaud, Ifé, formation « Concevoir des formations en mathématiques en école primaire et au-delà », novembre 2019)

2. Une multitude d'évaluations, internationales ou nationales, dont les médias se font chaque année le relai, l'affirment : les performances numériques des élèves français baissent. D'ailleurs, les enseignants n'ont pas besoin d'une armada évaluative pour savoir quels élèves sont en difficulté dans leurs apprentissages, et qu'ils sont de plus en plus nombreux. Tout se passe comme si les élèves de CM2 avaient appris à calculer quelques années de moins ; par exemple, les meilleurs élèves de 2010 étaient au niveau des moins bons en 1987. Et cette baisse s'effectue dans les mêmes proportions quelle que soit la catégorie socioprofessionnelle des parents, ce qui tend à montrer que le problème est d'ordre pédagogique, même si d'autres phénomènes contribuent à la poursuite de la baisse, comme le temps de sommeil, le temps passé devant les écrans, etc. Mais ces derniers facteurs ne suffisent pas à expliquer la baisse spécifique en maths par rapport aux autres apprentissages. (R. Brissiaud, Ifé, formation « Concevoir des formations en mathématiques en école primaire et au-delà », novembre 2019)

qui est fragile pour diverses raisons possibles (retard dans l'acquisition du langage, notamment) et qui rate sa rencontre avec les premiers nombres risque de se retrouver durablement en difficulté d'apprentissage en mathématiques. Même si, en matière d'apprentissages, le passé ne prédétermine jamais le futur, il y a des premières rencontres qu'il vaut mieux réussir. C'est le projet de ce petit livre que de décrire ce qu'est une première rencontre réussie avec les nombres.

POUR AIDER LES ENSEIGNANTS À SE SITUER FACE À UNE PLURALITÉ DE PROPOSITIONS PÉDAGOGIQUES

Chacun sait à quel point les débats concernant la place du B-A BA dans l'enseignement de la lecture à l'école peuvent être vifs. Bien que cela soit moins connu, les débats concernant la place du comptage à l'école le sont tout autant³.

Ainsi, à la naissance de l'école de la République, à la fin du XIX^e siècle, apprendre à compter des objets à l'école maternelle semblait s'imposer comme une évidence. Or, à partir de 1970 et de la réforme connue sous le nom de « réforme des mathématiques modernes », et jusque vers 1990, le comptage s'est trouvé

3. Les programmes de maternelle de mathématiques de 2015 ont marqué un changement didactique majeur : on est passé d'une focalisation sur la numération à une attention au nombre. Viviane Bouysse (IGEN) recommandait, en 2015, d'envisager le nombre par des entrées comme « les nombres, ça sert à », « un nombre, c'est ». Il s'est alors agi, dans les instructions officielles, de dépasser la familiarisation avec les mots nombres et la comptine numérique, une approche seulement langagière, pour aller vers les usages du nombre, vers la numération, dans le but de conceptualiser. (R. Brissiaud, Groupe académique mathématique interdégrés (GAMI) et les éditions Retz, avril 2016)

Dans le rapport « 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques », commandé par le ministre Jean-Michel Blanquer à Cédric Villani et Charles Torossian (2019), on lit encore qu'il s'agit « d'échapper au risque souvent dénoncé par Rémi Brissiaud de réduire la notion de nombre à celle de comptage par récitation de la comptine numérique ».

Pourtant, en 2019, Rémi Brissiaud était inquiet : il relevait « une tentative pour revenir sur les programmes 2015, au nom de la science, de la psychologie cognitive ». (Université d'automne du SNUipp-FSU, 2018)

pratiquement banni des écoles maternelles⁴. Pour justifier ce rejet, certains pédagogues, à cette époque, invoquaient volontiers des recherches menées par un grand psychologue genevois, Jean Piaget (1896-1980). Cependant, considérer la réforme entreprise dans ces années comme une simple application des idées d'un psychologue ou de mathématiciens soucieux d'enseigner les mathématiques de manière plus moderne serait sous-estimer l'importance des difficultés de compréhension du comptage que les enseignants de maternelle, depuis longtemps, avaient le sentiment de percevoir chez leurs élèves. Sans ces difficultés, vraisemblablement, une idée aussi radicale que l'abandon de tout comptage à l'école maternelle n'aurait jamais pu se diffuser.

On en était là quand, vers 1985, ont commencé à être connus en France les travaux d'une psychologue américaine, Rochel Gelman. Elle soutenait que non seulement le comptage n'était pas difficile à comprendre pour les jeunes enfants, mais que, de plus, c'était essentiellement à partir du comptage que ceux-ci accédaient à la compréhension des nombres. Depuis, la plupart des pédagogues enseignent à nouveau le comptage des objets à l'école maternelle, et certains dès la petite section.

Plus récemment, de nouvelles recherches ont montré que les théories avancées à la fin du ^{xx}e siècle, dont celle de Rochel Gelman, ont largement sous-estimé la difficulté qu'éprouvent les enfants dans la compréhension des mots comme « deux », « quatre », « sept »... Les jeunes enfants ont du mal à les comprendre comme désignant des nombres. Michel Fayol (2002), par exemple, s'exprime en ces termes : « *En fait, l'acquisition de la signification cardinale⁵ des noms*

4. En fait, non seulement la réforme des maths modernes qui a sorti l'école française du comptage-numérotage, c'est-à-dire de l'enseignement quasi exclusif de la comptine numérique « un-deux-trois-quatre... », mais elle a sorti l'école du comptage « tout court ». (R. Brissiaud, formation « Concevoir des formations en mathématiques en école primaire et au-delà », novembre 2019)

5. Les noms de nombres ont différentes significations. Ils peuvent, par exemple, désigner des numéros (« Le treize passe la balle au cinq »). Ils ont leur signification « cardinale » quand ils désignent vraiment des nombres. Cet emploi du qualificatif « cardinal », qui indique que c'est leur signification la plus importante, est le même que dans l'expression : « les vertus cardinales ». (R. Brissiaud, *Premiers pas vers les maths*, 2007)

de nombres soulève (des) problèmes, qui ont été largement sous-estimés dans les travaux relatifs à la cognition arithmétique. »

Le mouvement de balancier des choix pédagogiques relatifs à l'enseignement du comptage (précoce – tardif – précoce) nous a-t-il conduits aujourd'hui au meilleur enseignement possible ? Ou bien sommes-nous dans une position dangereuse, annonciatrice de nombreux échecs en mathématiques ? Cette question est au cœur de notre propos.

POUR AIDER LES PARENTS À COMPRENDRE LES DIFFICULTÉS DES ENFANTS EN CALCUL

La mission première de l'école est souvent décrite en utilisant la formule « Lire, écrire, compter ». Comme, *a priori*, on peut penser qu'il n'y a guère d'inconvénient à enseigner le comptage d'objets dès la petite section, certains parents ne comprennent pas que leur enfant ne commence pas cet apprentissage dès ce niveau de la scolarité. Ils se demandent, parfois avec une certaine anxiété : leur enfant va-t-il prendre du retard ? Doivent-ils enseigner le comptage des objets à la maison puisque cela ne semble pas être fait à l'école ? Mais comme les pratiques pédagogiques dans les petites classes de l'école maternelle sont très diverses, d'autres parents constatent que leur enfant, lui, apprend à compter les objets dès la petite section. Doivent-ils se réjouir et se sentir dégagés de toute responsabilité dans le progrès de leur enfant ? Ces questions et bien d'autres seront, elles aussi, au cœur de ce livre.

Pour y répondre, on fera appel à des éclairages provenant des recherches en psychologie, de l'histoire des pratiques pédagogiques, ainsi qu'à des approches nouvelles expérimentées dans le Val d'Oise par des maîtresses d'école maternelle durant ces vingt dernières années.

*Je tiens à remercier une nouvelle fois André Ouzoulias
pour sa collaboration durant toute cette période
et pour sa relecture attentive et critique de ce petit livre.*

DEUX FAÇONS DE « PARLER » LES NOMBRES : LE COMPTAGE ET LES DÉCOMPOSITIONS

Quel choix pédagogique favorise le mieux la compréhension des premiers nombres chez les enfants de 2-4 ans (petite section) puis chez ceux de 4-6 ans (moyenne section et grande section) ? Il est impossible de répondre à cette question sans examiner de manière un peu précise les diverses façons dont un adulte peut communiquer avec un enfant concernant les premiers nombres et, notamment, les diverses façons dont il peut « **parler** » ces premiers nombres. Pour l'élève de petite section, en effet, s'approprier le système des premiers nombres (de un à quatre, disons), c'est construire la ou les significations de mots nouveaux qu'on appellera les « **mots-nombres** » : deux, trois, quatre. Même lorsque leurs parents leur ont appris à réciter le début de la « comptine numérique », celle-ci est souvent pour les enfants une suite sonore dont ils sont incapables d'isoler les mots, ils disent : « undeux trois » et non : « un, deux, trois ». On peut donc considérer que pour une grande majorité d'enfants, la scolarité en petite section correspond à l'âge où ils construisent la signification numérique des mots un, deux, trois, voire quatre.

Les enfants de cet âge, contrairement aux adultes, entendent chaque jour des dizaines de mots nouveaux. C'est d'ailleurs l'un des principaux moteurs de leur progrès intellectuel : ils entendent un mot qu'ils n'ont jamais entendu alors qu'on ne leur en donne évidemment pas une définition verbale, et ils doivent quand même construire une signification. Comme, le plus souvent, ils ne peuvent pas le faire à partir du mot lui-même, ils construisent celle-ci à partir

du contexte de la communication. Il est évidemment préférable que la phrase qui contient le nouveau mot n'en contienne pas beaucoup d'autres : le contexte linguistique (les mots qui « entourent » celui qui désigne un nombre) est donc important. Mais les enfants utilisent aussi le contexte extralinguistique pour tenter de comprendre : les éléments matériels présents, les événements en cours, ce que montre l'adulte, les intentions qu'ils lui prêtent...

Dans le cas des premiers nombres, lorsqu'un adulte prononce le mot « trois », par exemple, et lorsqu'un enfant entend ce mot-nombre pour la première fois, il doit construire sa signification à partir de tous les éléments du contexte. Y a-t-il des contextes qui favorisent mieux que d'autres la compréhension du mot « trois » ? Le contexte du comptage fait-il partie de ceux qui favorisent cette compréhension ? Nous commencerons, dans ce chapitre, par montrer que la réponse est clairement négative : les jeunes enfants accèdent très difficilement à l'idée de nombre dans le contexte du comptage.

LES ENFANTS EN PETITE SECTION COMPRENENT MAL LE COMPTAGE

Depuis Schaeffer, Eggleston et Scott (1974), en effet, il est bien connu qu'avant 3 ou 4 ans, le comptage ne permet généralement pas aux jeunes enfants de répondre à une question du type : « Combien y a-t-il de... ? » Le dialogue suivant est très fréquent :

Adulte : Combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (en comptant les jetons) : Un, deux, trois, quatre.

Adulte : Oui, alors combien y a-t-il de jetons ?

Enfant (recomptant les jetons) : Un, deux, trois, quatre.

Adulte : Je suis d'accord, ce que je t'ai demandé,
c'est *combien* il y a de jetons ?

Enfant (recomptant encore) : Un, deux, trois, quatre.

Cet enfant met bien en correspondance terme à terme les mots-nombres et les jetons de la collection, mais il n'isole pas le dernier mot-nombre prononcé pour répondre à la question posée⁶. L'enfant reste apparemment incapable d'exploiter ce comptage pour répondre à la question : « Combien... ? » Il compte, mais n'accède pas au nombre, son comptage ne constitue pas un dénombrement. Comment expliquer qu'on observe de façon très fréquente ce type de comportement ?

DEUX SIGNIFICATIONS TRÈS DIFFÉRENTES DES « MOTS-NOMBRES » : NUMÉROS ET NOMS DE NOMBRES

Pour comprendre que les enfants se révèlent incapables de répondre à la question « Combien... » alors qu'ils viennent de compter les objets d'une collection, il faut se rappeler que, lorsqu'un adulte prononce habituellement un mot nouveau tout en pointant du doigt un objet (« Regarde le chien », « Regarde le bateau »...), le mot correspondant (« chien », « bateau ») renvoie le plus souvent à l'objet pointé (on dit aussi : *réfère* à l'objet pointé).

Des psychologues spécialistes de l'acquisition du langage, comme Elen Markman (1990), ont étudié les hypothèses que font les enfants lorsqu'un adulte prononce un mot nouveau en même temps qu'il pointe un objet. En effet, le pointage a parfois un statut ambigu : l'adulte dit, par exemple : « Regarde la trompe », en pointant son doigt vers l'éléphant du zoo mais sans pouvoir, à cause de la distance, indiquer précisément la trompe. L'enfant est

6. À l'université d'automne du Snuipp-FSU de 2018, Rémi Brissiaud exprimait des regrets sur l'importance qu'il avait pu donner au fait de répéter le dernier mot-nombre énoncé : cette répétition de l'enfant, qui répond à la question posée par l'adulte, n'est pas suffisante pour évaluer s'il a accès au nombre et pas uniquement à la correspondance terme à terme : « Il ne suffit pas que l'enfant répète le dernier mot prononcé ; l'enjeu n'est pas là. » Il y revient dans la suite de cet ouvrage.

donc confronté à un problème : vers quoi, précisément, l'adulte attire-t-il son attention ? Que signifie le mot « trompe » ? Ces chercheurs ont montré que, dans ces cas ambigus, les enfants émettent des hypothèses de façon hiérarchisée : ils pensent d'abord que le mot nouveau réfère à l'entité désignée dans son entier (l'éléphant) et, lorsqu'ils savent que ce n'est pas le cas (s'ils savent que l'animal montré s'appelle un éléphant alors que le mot prononcé est « trompe »), ils pensent par exemple que le mot nouveau réfère à une partie de cette entité (ils peuvent donc penser à la queue, à la trompe...). En aucun cas, l'enfant ne va faire l'hypothèse que le mot nouveau qui est prononcé renvoie à quelque chose qui est sans rapport direct avec l'entité pointée du doigt au moment où ce mot est prononcé. Malheureusement, dans le cas du comptage, c'est ce que l'enfant devrait faire : le mot « quatre » est prononcé en pointant **un jeton et un seul** et l'enfant devrait comprendre que le mot quatre réfère aussi à **tous les jetons** (les quatre)⁷.

Il est bien plus probable que l'enfant qui rencontre précocement les mots-nombres dans le contexte du comptage construise pour chacun de ces mots une signification proche de celle des **numéros** : l'enfant pense que compter, c'est attribuer une sorte de numéro à chacun des objets pointés (« le un », « le deux », « le trois », « le

7. Ici réside la distinction entre l'ordinal et le cardinal, entre le comptage-numérotage et le comptage-dénombrement.

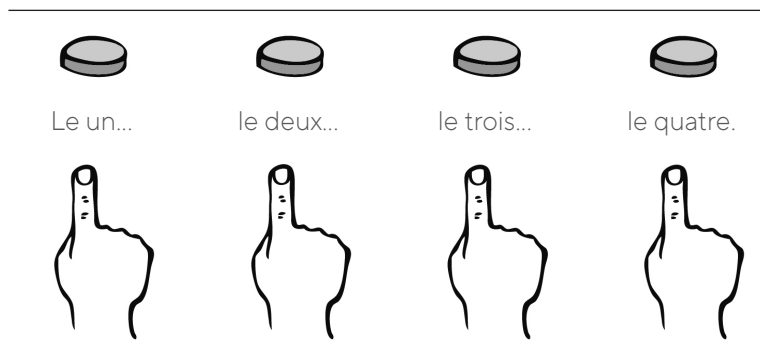
S'intéresser à des numéros, en pointant un jeton unique et en prononçant le mot « quatre » relève du numérotage : on s'intéresse à la place du jeton dans une file numérotée. C'est l'ordre qui importe, d'où l'adjectif « ordinal ».

Lorsque le mot « quatre » est utilisé en référence aux 4 jetons, on dénombre. C'est l'aspect dit « cardinal » qui est mobilisé, qui caractérise le nombre d'éléments d'un ensemble. Cette approche est fondamentalement mathématique : on relie le nombre avec le calcul.

« Quatre » n'est plus le successeur de « trois » dans la comptine numérique sur laquelle s'appuie le comptage-numérotage ; 4, c'est $3 + 1$, c'est $2 + 2$, etc. Cette propriété est fondamentale : c'est l'itération de l'unité.

Rémi Brissiaud aimait à rappeler que le mot « cardinal » renvoie aux points cardinaux, qui permettent de définir des orientations sur lesquelles on va s'appuyer pour construire toutes les autres. (R. Brissiaud, formation « Concevoir des formations en mathématiques en école primaire et au-delà », novembre 2019)

quatre ») et le dernier mot (« quatre »), qui, lui aussi, est prononcé en pointant un seul jeton, n'acquiert donc pas aisément sa signification la plus importante, celle de **nom du nombre** qui exprime la totalité des jetons⁸.



Pour saisir cette difficulté, il faut bien mesurer que, dans le comptage, l'association entre mot et pointage (ou geste de monstration) transgresse totalement les règles habituelles de la signification : si on appliquait le modèle du comptage à des énumérations banales, il faudrait comprendre que, dans une énumération telle que « pomme, poire, abricot », par exemple (où l'adulte pointe du doigt successivement les fruits correspondants), le mot « abricot » désigne non seulement ce dernier fruit, mais aussi les précédents !

Ainsi, lorsque les mots-nombres sont utilisés dans le contexte du comptage, l'enfant n'accède à l'idée de nombre que s'il est capable de surmonter un problème de polysémie particulièrement difficile.

8. Une remédiation à cette difficulté réside dans une grande vigilance dans l'expression de l'adulte : « Utilisez les mots ordinaux pour exprimer des rangs : le troisième, le huitième. N'utilisez pas 3 ou 8 pour exprimer l'ordinal ! » conseille Rémi Brissiaud. Les numéros ont leurs mots. En les employant, on réserve aux nombres... les mots-nombres ! (Rémi Brissiaud, formation « Concevoir des formations en mathématiques en école primaire et au-delà », novembre 2019)